Damit wird

$$k_{n,l}^{(2\varrho,\sigma,+)} \int \left[B_{n\,l}^{(2\varrho,+)}\right]^2 \mathrm{d}\omega\, \mathrm{d}\omega' = \sum_{\tau=0}^{\varrho} a_{\tau,\,2\varrho-\tau}^{(2\varrho,+)} \int \left[B_{\tau,\,2\varrho-\tau}^{(2\varrho,+)}\right]^2 \mathrm{d}\omega\, \mathrm{d}\omega' \tag{A 10}$$

$$\cdot \sum_{\nu=[(n+l)/2]-\varrho}^{[(n+l)/2]+\varrho} \frac{2\,\nu+1}{2}\, b_{\tau,\,2\varrho-\tau\atop n,\,l}^{(\nu,2\varrho)} \int_{-1}^{1} \frac{P_\sigma(x)\cdot P_\nu(x)}{(1-x)^\varrho}\, \mathrm{d}x\,.$$

Wie wir schon gezeigt haben, muß das obige Integral einen endlichen Wert haben. Dies ist nur möglich, wenn folgende Umordnung durchführbar ist

$$\sum_{\tau=0}^{\varrho} a_{\tau,\,2\varrho-\tau}^{(2\varrho,+)} \int \left[B_{\tau,\,2\varrho-\tau}^{(2\varrho,+)}\right]^2 \mathrm{d}\omega\, \mathrm{d}\omega' \sum_{\nu=[(n+l)/2]-\varrho}^{[(n+l)/2]+\varrho} \frac{2\,\nu+1}{2}\, b_{\tau,\,2\varrho-\tau\atop n\,l}^{(\nu,2\varrho)}\, P_\nu(x) = (1-x)^\varrho \sum_{\varkappa=0}^{(n+l)/2} d_{n\,l}^{\varkappa}\, P_\varkappa(x)\,. \tag{A 11}$$

Man erhält somit endgültig

$$k_{n\,l}^{(2\varrho;\sigma,+)} = \begin{cases} \dfrac{2}{2\,\sigma+1}\, \dfrac{d_{n\,l}^{\sigma}}{\int \left[B_{n\,l}^{(2\varrho,+)}\right]^2 \mathrm{d}\omega\, \mathrm{d}\omega'} & 0 \le \sigma \le \dfrac{n+l}{2}\,, \\ 0 & \sigma > \dfrac{n+l}{2}\,. \end{cases} \tag{A 12}$$

NOTIZEN

Über ein Spinormodell in der Quantentheorie nichtlinearer Wellengleichungen

Von K. Ladányi

Forschungsgruppe für Theoretische Physik der Ungarischen Akademie der Wissenschaften, Budapest

(Z. Naturforschg. **14 a**, 580—581 [1959]; eingegangen am 12. Februar 1959)

Wie bekannt, ist in der zum Studium der wichtigsten Züge der Heisenbergschen nichtlinearen Feldtheorie [1] eingeführten Lagrange-Funktion

$$L = \psi^+ \gamma_\mu\, \partial_\mu\, \psi + \frac{l^2}{2}\, (\psi^+ \psi)\, (\psi^+ \psi)$$

der Isotopenspin nicht berücksichtigt. In einer späteren Arbeit zeigten Heisenberg und Pauli [2], daß die Lagrange-Funktion

$$L' = \psi^+ \gamma_\mu\, \partial_\mu\, \psi \pm \frac{l^2}{2}\, (\psi^+ \gamma_\mu \gamma_5\, \psi)\, (\psi^+ \gamma_\mu \gamma_5\, \psi)$$

den Grund einer künftigen Theorie der Elementarteilchen bilden kann. Man kann zeigen, daß die Erhaltung der Baryonenzahl und der Ladung gesichert, und daß L' invariant gegen die mit der Isotopenspingruppe isomorphen Pauli-Transformation ist [3, 4]. Von einigen einfachen Annahmen ausgehend wird im folgenden das qualitative Modell der Theorie der Elementarteilchen auf Grund einer anderen Lagrange-Funktion konstruiert. Diese Annahmen können folgendermaßen zusammengefaßt werden:

1. Das nichtlineare Glied der Lagrange-Funktion entspricht einer universalen Fermi-Wechselwirkung.
2. Die Lagrange-Funktion zeigt keine Invarianzeigenschaften, die in der Natur nicht vorkommen.
3. In der Theorie treten nur zwei Spinoren mit vier Komponenten ψ_1 und ψ_2 auf.
4. Die Lagrange-Funktion ist gegen die Transformationen

$$\psi_2{}' = e^{i\,\beta}\, \psi_2 \qquad \psi_1{}' = e^{i\,\alpha}\, \psi_1\,, \tag{1, 2}$$

invariant.

Im Einklang mit unseren Grundannahmen wird jetzt die Lagrange-Funktion

$$L = \psi_i^+\, \gamma_\mu\, \partial_\mu\, \psi_i + \lambda_{i\,j\,k\,l}\, (\psi_i^+\, \gamma_\mu\, a\, \psi_j)\, (\psi_k^+\, \gamma_\mu\, \bar{a}\, \psi_l) \tag{3}$$

untersucht, wo nur die Koeffizienten λ_{1122}, λ_{2211}, λ_{1111}, λ_{1221}, λ_{2112} und λ_{2222} von Null verschieden sind, und weiterhin

$$a = A + B\,\gamma_5\,, \quad \bar{a} = \bar{A} + \bar{B}\,\gamma_5 \tag{4, 5}$$

ist.

Die nähere Untersuchung der Annahmen

$$A = B = \bar{A} = -\bar{B} = 1\,, \tag{6}$$

scheint zweckmäßig zu sein. Es ist leicht zu zeigen, daß die Invarianz

$$\begin{pmatrix} \psi_1{}' \\ \psi_2{}' \end{pmatrix} = e^{i\,\alpha\,\gamma_5} \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \end{pmatrix} \tag{7}$$

gesichert ist. Wir heben aber hervor, daß im Falle der Kopplung (6) die Lagrange-Funktion gegen die Transformationen

$$\psi_1{}' = \gamma_5\, \psi_1\,, \tag{8}$$

$$\psi_2{}' = \gamma_5\, \psi_2 \tag{9}$$

[1] W. Heisenberg, Rev. Mod. Phys. **29**, 269 [1957]. In dieser Arbeit sind auch weitere Literaturangaben zu finden.

[2] W. Heisenberg u. W. Pauli, On the Isospingroup in the Theory of the Elementary Particles, 1958. Prepint.

[3] W. Pauli, Nuovo Cim. **6**, 204 [1957].

[4] G. Gürsey, Nuovo Cim. **7**, 411 [1958].

nicht invariant ist. [Man kann annehmen, daß die Invarianz (7) zur Erhaltung der Baryonenzahl führt.]

Aus (3) sieht man unmittelbar, daß L nur dann hermitesch ist, wenn $\lambda_{1221} = \lambda_{2112}$ ist. Gegen Drehungen und Spiegelungen im Isotopenraum invariante LAGRANGE-Funktionen gewinnen wir bei folgenden Koeffizienten

$$\lambda_{1221} = \lambda_{2112} = 0\,, \lambda_{1111} = \lambda_{1122} = \lambda_{2211} = \lambda_{2222}\,, \tag{10}$$

$$\lambda_{1221} = \lambda_{2112} = 2\,\lambda_{1111}\,, \lambda_{1111} = -\lambda_{1122} = -\lambda_{2211} = \lambda_{2222}\,, \tag{11}$$

$$\lambda_{1122} = \lambda_{2211} = 2\,\lambda_{1111}\,, \lambda_{1111} = -\lambda_{1221} = -\lambda_{2112} = \lambda_{2222}\,. \tag{12}$$

Es werden nun die Folgen der Wahl $\lambda_{2222} = 0$ untersucht. Das bedeutet anschaulicherweise, daß die in der Näherung $n = 2$ durch die Amplitude

$$\langle \Omega \mid T\, \psi_2(x)\; \psi_2^+(y) \mid \Phi \rangle$$

beschriebenen γ-Bosonen nur zwischen den durch den Operator ψ_1 erzeugten Fermionen eine Wechselwirkung hervorrufen. Wenn es im Falle des γ-Bosons eine Lösung gibt, die einem vektoriellen Boson mit einer Masse gleich Null oder annähernd Null entspricht, so kann diese mit dem Photon gleichgesetzt und dementsprechend ψ_1 als geladenes, ψ_2 als neutrales Feld angesehen werden. Nun ist zu erwarten, daß sich die elektrische Ladung aus der Theorie unabhängig vom Teilchenzustand immer gleich ergibt. Die Annahme ist naheliegend, daß die π-Mesonen in der Näherung $n = 2$ durch folgende Amplituden beschrieben sind

$$\pi^+ \rightarrow \langle \Omega \mid T\, \psi_1(x)\; \psi_2^+(y) \mid \Phi \rangle\,, \tag{13}$$

$$\pi^0 \rightarrow \langle \Omega \mid T\, \psi_1(x)\; \psi_1^+(y) \mid \Phi \rangle\,, \tag{14}$$

$$\pi^- \rightarrow \langle \Omega \mid T\, \psi_2(x)\; \psi_1^+(y) \mid \Phi \rangle\,. \tag{15}$$

Die Analogie mit der Theorie von DE BROGLIE [5] und mit den Annahmen von FERMI und YANG [6] ist hervorzuheben. Unsere Grundannahme ist, daß infolge der Verletzung der Isoinvarianz annähernd stationäre γ- und π^0-Amplituden existieren.

Mit Berücksichtigung der Obigen können die Werte von drei Koeffizienten festgesetzt werden.

$$\lambda_{1221} = \lambda_{2112} = -\lambda_{1111} = \lambda_{2222} = 0\,. \tag{16}$$

Aus der Untersuchung der Feldgleichungen ist nämlich zu ersehen, daß die Kopplungskonstante der Protonen bzw. Neutronen und des π^0-Feldes aus der Theorie bei der Wahl (16) sich richtig ergeben kann. (Wir nehmen an, daß die γ-Bosonen hauptsächlich im Photonenzustand entstehen.) Die Werte der Konstanten λ_{1122} und λ_{2211} müssen so gewählt werden, daß die Ladungsunabhängigkeit der nuklearen Wechselwirkungen gesichert ist. (Die nähere Untersuchung der Annahmen

$$\lambda_{1122} = 2\sqrt{2}\,\lambda_{1111}\,, \quad \lambda_{2211} = 0\,, \tag{17}$$

$$\lambda_{2211} = 2\sqrt{2}\,\lambda_{1111}\,, \quad \lambda_{1122} = 0 \tag{18}$$

scheint zweckmäßig zu sein.) Mit Berücksichtigung der Tatsache, daß die Massen der π-Mesonen annähernd gleich sind, ist zu erwarten, daß zur Bindung des π^0-Mesons nur das Glied mit dem Koeffizienten λ_{1111} einen wesentlichen Beitrag liefert.

Im Zusammenhang mit dem Problem der Quantisierung weisen wir auf die früheren Arbeiten von HEISENBERG hin.

Zum Schluß nehmen wir an, daß die $\varkappa$-Mesonen in einem „asymmetrischen" Zustand sind und ihre Wechselwirkung den Nukleonen ähnlich sind. Als Modell kann man ein 2-Fermionensystem erwähnen, wo nur das eine Fermion ein stark wechselwirkendes Teilchen ist. Wenn so ein „asymmetrischer" Zustand existiert, dann bringt die Behandlung der schweren instabilen Teilchen und ihrer Wechselwirkungen — in analoger Weise mit dem Modell von GOLDHABER [7] und GYÖRGYI [8] — voraussichtlich keine prinzipiellen Schwierigkeiten.

[5] L. DE BROGLIE, Théorie Generales des Particules a Spin, Gauthier-Villars, Paris 1954.

[6] E. FERMI u. N. C. YANG, Phys. Rev. **76**, 1739 [1949].

[7] M. GOLDHABER, Phys. Rev. **101**, 433 [1956].

[8] G. GYÖRGYI, J. Exp. Theor. Phys., USSR **32**, 152 [1957]. Soviet Phys. J. Exp. Theor. Phys. **5**, 152 [1957].

Energie der Neutronen vom Einfang negativer μ-Mesonen in Bleikerne

Von W. BALL und K. H. LAUTERJUNG

Max-Planck-Institut für Kernphysik, Heidelberg

(Z. Naturforschg. **14 a**, 581—582 [1959]; eingegangen am 24. April 1959)

Beim Einfang negativer μ-Mesonen in schweren Kernen werden bevorzugt Neutronen emittiert [1]. In dem hier beschriebenen Versuch wurden die bei den Einfangprozessen in Blei entstehenden Neutronen durch die von ihnen in Paraffin ausgelösten Rückstoßprotonen in ZnS(Ag)-Leuchtschirmen nachgewiesen. Die Absorptionsmessungen an den Rückstoßprotonen erlauben dann Aussagen über die Energie dieser Neutronen. Abb. 1 zeigt die benutzte Versuchsanordnung. Die Zählrohre der Lagen A und B waren in Koinzidenz geschaltet und wählten diejenigen geladenen Teilchen der Höhenstrahlung aus, die zwischen A und B durch die Bleilage Pb von insgesamt 165 g/cm^2 Luftäquivalent hindurchgegangen waren. Die damit gemessene Koinzidenzzählrate AB besteht zu 99% aus positiven und negativen μ-Mesonen [2]. Die Zählrohrlagen A und B waren mit den Zählrohren der Gruppen $C_0 - C_4$ in Antikoinzidenz geschaltet, so daß von der Antikoinzidenzstufe $AB - C$ nur dann ein Impuls weitergegeben wurde, wenn Zählrohre der Lagen A und B gleichzeitig angesprochen hatten, nicht aber Zählrohre der Gruppen $C_0 - C_4$. Mit der so definierten Antikoinzidenzzählrate $AB - C$ wurde aus der Differenz der

[1] R. D. SARD u. M. F. CROUCH, Prog. COSMIC Ray Phys. **2**, 3 [1954]; L. WINSBERG, Phys. Rev. **95**, 205 [1954].

[2] B. ROSSI, Rev. Mod. Phys. **20**, 537 [1948].